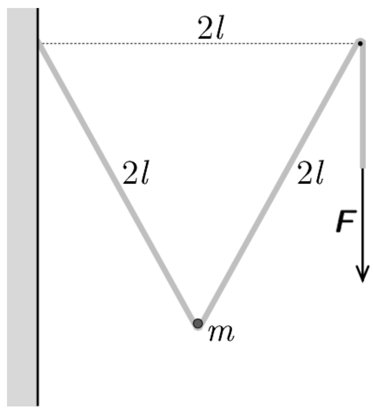
Úlohy 1. kola 65. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Stuha a váleček

Širší stuha zanedbatelné hmotnosti je na levém konci připevněna k pevné stěně. Druhý konec stuhy je ve stejné výšce veden přes pevnou vodorovnou tyčku svisle dolů. Vzdálenost mezi pevným koncem stuhy a pevnou tyčí je $2l$. Na stuze leží malý váleček o hmotnosti m, přičemž vypnuté části stuhy sousedící s válečkem mají též délku $2l$. Tření mezi válečkem a stuhou i mezi tyčkou a stuhou je zanedbatelné.



Obr. 1

a) Určete velikost síly F_1 působící na volný konec stuhy ve svislém směru dolů, která soustavu udrží v počáteční klidové poloze.

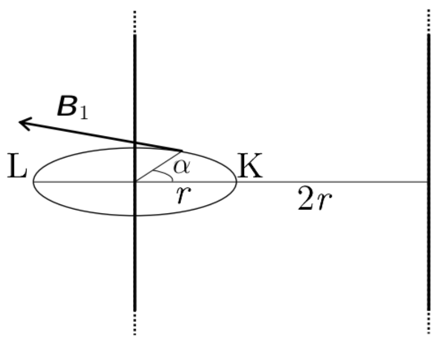
b) Nyní potáhneme konec stuhy svisle dolů takovou stálou silou $\boldsymbol{F}$, že váleček v jednom okamžiku opustí stuhu. Určete podmínku pro velikost F této síly.

c) Určete zrychlení $\boldsymbol{a}_1$ válečku v počáteční poloze a zrychlení $\boldsymbol{a}_1'$ válečku v okamžiku, kdy opouští stuhu, jestliže potáhneme konec stuhy stálou silou stejné velikosti jako je velikost tíhové síly válečku, tj. silou $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g}$.

d) Určete v případě c) velikost v_m maximální rychlosti válečku na stuze.

2. Magnetická indukce

Proud tekoucí přímým velmi dlouhým vodičem zanedbatelného průřezu vyvolá ve vzdálenosti r od vodiče magnetickou indukci $\boldsymbol{B}_1$. K danému vodiči umístíme rovnoběžně do vzdálenosti $3r$ druhý vodič stejných vlastností protékaný stejně velkým proudem. Tím se v prostoru vytvoří výsledné magnetické pole, jehož magnetickou indukci budeme zkoumat na kružnici o poloměru r ležící v rovině kolmé k vodičům a se středem v prvním vodiči. V řešení rozlište souhlasné a nesouhlasné směry proudů.



Obr. 2

a) Určete velikosti B_K, B_L magnetické indukce výsledného magnetického pole ve dvou protilehlých bodech K, L ležících na dané kružnici a na kolmici protínající oba vodiče.

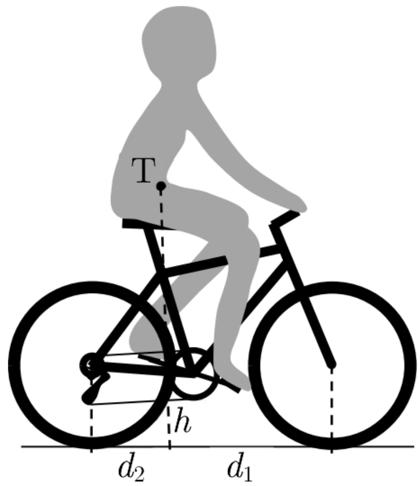
b) Určete funkční závislost velikosti B magnetické indukce výsledného magnetického pole na úhlu $\alpha \in \langle 0; \pi \rangle$ a ověřte funkční hodnoty v bodech K, L určené v části a).

c) Sestrojte graf této funkční závislosti $B = B(\alpha)$.

Hodnoty B vyjadřujte jako číselné násobky dané hodnoty B_1.

3. Brzdící cyklista

Těžiště cyklisty s kolem se nachází ve výšce $h = 115$ cm nad vodorovnou vozovkou. Svislý průmět těžiště T do vodorovné vozovky leží ve vzdálenost $d_1 = 68$ cm od dotykového bodu předního kola s vozovkou a ve vzdálenosti $d_2 = 40$ cm od dotykového bodu zadního kola s vozovkou. Cyklista začne brzdit z počáteční rychlosti o velikosti $v_0 = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a postupně zastaví, aniž by došlo ke smyku. Velikost maximální třecí síly v klidu mezi pláštěm kola a vozovkou je $F_t = fN$, kde N je velikost normálové síly a $f = 0{,}50$ je součinitel klidového tření.



Obr. 3

a) Určete minimální brzdnou dráhu s_1 cyklisty při brzdění pouze přední brzdou.

b) Určete minimální brzdnou dráhu s_2 cyklisty při brzdění pouze zadní brzdou.

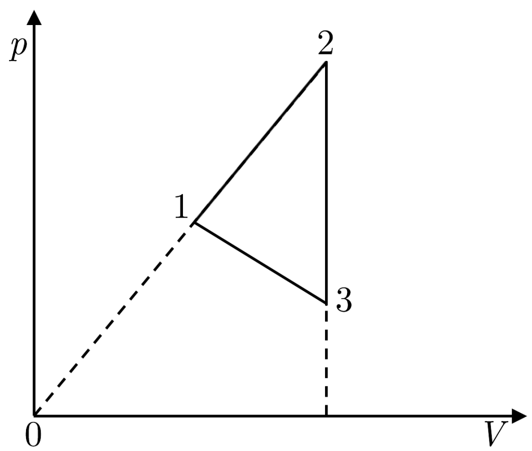
c) Určete minimální brzdnou dráhu s cyklisty při současném brzdění přední a zadní brzdou.

d) Dokažte, že v žádném z uvedených případů brzdění se cyklista pro dané číselné hodnoty ve směru jízdy nepřevrátí.

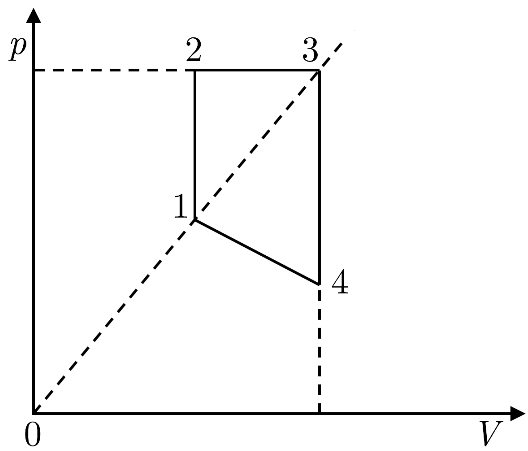
Úlohy a), b), c) řešte obecně i číselně.

4. Práce při kruhovém ději

a) Vypočítejte práci vykonanou ideálním plynem o látkovém množství n v cyklu 1-2-3-1 (obr. 4), který se skládá ze dvou lineárních závislostí tlaku na objemu a z děje izochorického. Body 1 a 2 leží na přímce, která prochází počátkem souřadnicové soustavy v p-V diagramu. Teploty T_1 a T_2 v bodech 1 a 2 jsou známy, body 1 a 3 leží na stejné izotermě. Výsledek vyjádřete jako násobek nRT_1.



Obr. 4



Obr. 5

b) Vypočítejte práci vykonanou ideálním plynem o látkovém množství n v cyklu 1-2-3-4-1, znázorněného v p-V diagramu (obr. 5). Děje 1-2 a 3-4 jsou izochorické, děj 2-3 je izobarický. Body 1 a 3 leží na přímce, která prochází počátkem souřadnicové soustavy v p-V diagramu. Teploty T_1 a T_3 v bodech 1 a 3 jsou známy, body 1 a 4 leží na stejné izotermě. Výsledek vyjádřete jako násobek nRT_1.

5. Vaření vody

V přiklopeném hrnci ohříváme vodu na vařiči o výkonu P_0. Tepelný výkon P_1, který je přitom vyzařován do okolí, závisí na rozdílu teplot mezi hrncem a okolím podle vztahu $P_1 = \beta(t_h - t_o)$, kde t_h je teplota hrnce s vodou, $t_o = 20$ °C je teplota okolního vzduchu a β je konstanta tepelného přenosu. Tepelná kapacita hrnce s vodou $C = 4\,500 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, teplota varu vody $t_v = 100$ °C. Předpokládáme, že tepelný výkon vařiče je roven tepelnému příkonu hrnce s vodou.

a) Při výkonu vařiče $P_{01} = 400$ W se teplota v hrnci ustálí na hodnotě $t_{h1} = 60$ °C. Určete číselnou hodnotu konstanty tepelného přenosu.

b) Jaký musí být nejmenší výkon vařiče P_{0min}, aby se voda v hrnci začala vařit?

c) Sestrojte graf závislosti maximální možné teploty t_h hrnce s vodou na výkonu vařiče P_0.

d) Vařič zapneme na nejvyšší výkon $P_{0max} = 1500$ W a ohříváme hrnec s vodou z pokojové teploty k varu. Určete rychlosti změny teploty soustavy $v = \dfrac{\Delta t}{\Delta \tau}$ na počátku ohřevu a těsně před dosažením bodu varu.

e) Jak dlouho bude trvat ohřátí hrnce s vodou z pokojové teploty k varu? Předpokládejte, že závislost teploty na době zahřívání je lineární a rychlost změny zahřívání je průměrem z rychlosti doby zahřívání na počátku ohřevu a těsně před bodem varu. Kolik procent dodaného tepla unikne během tohoto zahřívání do okolí?

6. Praktická úloha: Analýza pádu s odporem vzduchu

Při pohybu ve vzduchu působí na tělesa odporová síla. Uplatňuje se např. při pádu parašutisty nebo dešťové kapky. Úkolem experimentu je zkoumání pádu tělesa s odporem vzduchu. Je vhodné použít kuličku z pěnového polystyrenu o poloměru přibližně 2 cm (dá se koupit v potřebách pro výtvarníky nebo vyřezat – nemusí být přesně kulatá). Pomocí vah určete hmotnost m koule (kolem hodnoty 1,5 g).

Pád kuličky budete zaznamenávat pomocí fotoaparátu s možností záznamu videa nebo mobilním telefonem (pokud použijete možnost zpomaleného záznamu, je dobré do záběru umístit i běžící stopky, abyste viděli, jak v záznamu plyne čas). Na stěnu přiložte délkové měřidlo o délce 2 až 2,5 metru a fotoaparát/mobilní telefon umístěte do dostatečné vzdálenosti, aby bylo délkové měřidlo vidět celé.

Po spuštění záznamu uvolněte na horním okraji délkového měřidla kuličku a nechte ji volně padat. Pak analyzujte vzniklý záznam. Pokud nepoužijete možnost zpomaleného nahrávání, zjistěte, kolik snímků za sekundu má výsledné video (obvykle 30) a postupujte po jednotlivých snímcích, které tím pádem budou pořízeny 1/30 sekundy po sobě. Postup po jednotlivých snímcích umí např. YouTube (pomocí kláves čárka a tečka), program VirtualDub pro PC nebo některý z on-line editorů videa. Z jedné sekundy pádu tak získáte 30 datových bodů. Hodnoty času t a dráhy x zaznamenejte do tabulky.

Úkoly:

1) Sestrojte graf funkce $x = f_1(t)$ s využitím vhodného tabulkového kalkulátoru, např. MS Excel.
2) Do tabulky přidejte sloupec v, do kterého zapište hodnoty rychlosti $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ pro rozdíly získané ze sousedních řádků (numerická derivace). Sestrojte graf funkce $v = f_2(t)$ a porovnejte jej s grafem rychlosti volného pádu bez odporu vzduchu $v = gt$.
3) Do dalšího sloupce doplňte zrychlení a, určené ze sousedních řádků jako $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Sestrojte graf funkce $a = f_3(t)$ a porovnejte jej s grafem zrychlení $a = g$ volného pádu bez odporu vzduchu.
4) Do dalšího sloupce tabulky doplňte velikost síly F_o odporu vzduchu, kde $F_o = m(g - a)$.
5) Předpokládejte, že síla odporu vzduchu je dána funkcí $F_o = kv^n$. Určete hodnoty k a n. V Excelu lze využít spojnici trendu, typ mocninný, kde zobrazíme rovnici regrese.

Experiment zopakujte nejprve s pingpongovým míčkem (poloměr 2 cm, hmotnost 2,7 g) a poté s tímto míčkem naplněným vodou (poloměr 2 cm, hmotnost podle množství vody do 35 g).

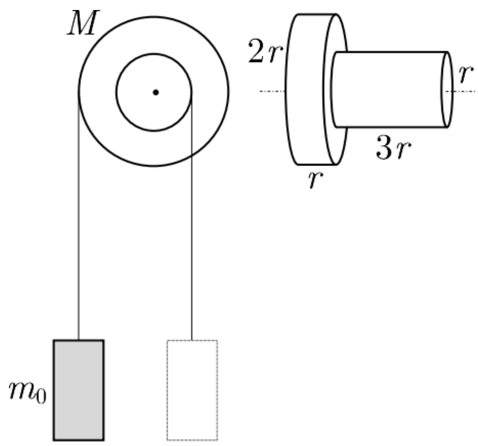
Porovnejte výsledky pro tělesa stejných rozměrů s různými hmotnostmi. Kdy lze odpor vzduchu při výpočtech zanedbat?

7. Kolo na hřídeli

Sestava kola na hřídeli o celkové hmotnosti M je tvořena dvěma souosými plnými homogenními válci ze stejného materiálu. Hřídel má poloměr r a výšku $3r$, kolo poloměr $2r$ a výšku r. Na každém z válců je navinutý samostatný závěs se zavěšeným závažím, přičemž soustava zůstává v klidu. Hmotnost závaží na kole je m_0.

a) Určete moment setrvačnosti J sestavy.

b) Určete velikost zrychlení a závaží na kole po odstranění závaží na hřídeli.



Obr. 6

c) V původní rovnovážné poloze soustavy závaží na kole a závaží na hřídeli zaměníme. Určete velikost a_k zrychlení závaží na kole a velikost a_h zrychlení závaží na hřídeli.

Třecí a odporové síly zanedbejte.