Úlohy 1. kola 65. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Šikmý výtah

K přečerpávacím nádržím Stauseen v Rakousku se dostaneme obrovským šikmým výtahem. Plošina výtahu pojme až 185 turistů a ve svahu se pohybuje po kolejích s rozchodem 8 200 mm rychlostí $10{,}8\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Dolní stanice výtahu se nachází v nadmořské výšce 1 209 m. První úsek je nejstrmější, výtah zde jede pod úhlem 39,0° a nastoupá 198 výškových metrů. V druhém úseku urazí 188 metrů horizontálně a nastoupá 53 výškových metrů. V posledním úseku urazí horizontálně 240 metrů a stoupá pod úhlem 36,9°.

a) Určete dráhu výtahu v prvním úseku, úhel stoupání druhého úseku a nadmořskou výšku horní stanice.

b) Určete dobu jízdy výtahu mezi dolní a horní stanicí.

c) V případě poruchy na horní stanici musí opravář vystoupat mnoho schodů. V první části má každý schod výšku 16 cm, v druhé jen 10 cm a v poslední opět 16 cm. Kolik schodů musí vyjít?

2. Dva cyklisté

Pavel ujel na kole cestu na vrchol kopce a zpět průměrnou rychlostí v_p za dobu $t_0 = 50{:}00$ min. Olda měl při cestě na vrchol průměrnou rychlost o 20 % menší než v_p a naopak při cestě zpět průměrnou rychlost o 25 % větší než v_p.

a) Který cyklista ujel celou trasu neznámé délky za kratší čas a o kolik sekund?

b) O kolik procent musí být Oldova průměrná rychlost při sjíždění kopce za jinak stejných podmínek větší než v_p, má-li celou trasu projet za stejnou dobu t_0 jako Pavel?

c) Určete číselně původní Oldovy průměrné rychlosti v_{p1} na úseku do kopce a v_{p2} na úseku z kopce a jeho celkovou průměrnou rychlost v'_p, jestliže délka úseku je 10,00 km.

3. Brzdná dráha

Automobil se pohybuje po vodorovné vozovce stálou rychlostí a náhle zabrzdí tak, aby jeho brzdná dráha byla minimální.

a) Určete velikost zrychlení a automobilu, dobu brzdění t a brzdnou dráhu s, je-li počáteční rychlost automobilu $v_0 = 60\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a součinitel smykového tření mezi pneumatikami a vozovkou $f_0 = 0{,}55$. Řešte obecně i číselně.

b) Sestrojte do jednoho obrázku dva grafy závislosti minimální brzdné dráhy s na součiniteli $f \in \langle 0{,}1;\ 0{,}8\rangle$ smykového tření, jeden pro počáteční rychlost $v_1 = 50\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a druhý pro počáteční rychlost $v_2 = 75\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

V této úloze využijte hodnotu tíhového zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

4. Airbus 330

Během startu dopravního letadla Airbus 330 o hmotnosti $m = 220$ t každý ze dvou tryskových motorů vyvolává tahovou sílu $F_1 = 300$ kN. Letadlo se dostalo do vzduchu při vzletové rychlosti $v_1 = 290\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

a) Určete dráhu s, kterou letadlo ujelo do vzletu.

b) Určete průměrný užitečný výkon $\overline{P}$ motorů během rozjíždění do svého vzletu.

c) Určete dobu T, za kterou by se letadlo dostalo z klidu na zemi do letové hladiny ve výšce $h = 11\,500$ m s konečnou cestovní rychlostí $v_2 = 870\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ při stejném průměrném výkonu motorů $\overline{P}$ jako při startu.

Pohyb letadla do vzletu považujte za rovnoměrně zrychlený. Veškeré odporové síly působící proti pohybu letadla zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

5. Kuličky na tyčce

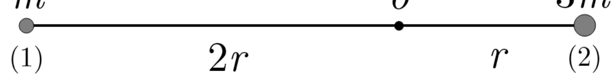
Dvě malé kuličky jsou spojeny tyčkou zanedbatelné hmotnosti (viz obr. 1). Tyčka je otočná kolem vodorovné osy kolmé k tyčce. Jedna kulička má hmotnost m a nachází se ve vzdálenosti $2r$ od osy otáčení, druhá kulička má hmotnost $3m$ a nachází se ve vzdálenosti r od osy otáčení. V počáteční poloze je tyčka vodorovná, po uvolnění se soustava uvede do pohybu.

a) Rozhodněte, v jakém směru se bude soustava otáčet.

b) Určete obvodovou rychlost v_1 první kuličky a obvodovou rychlost v_2 druhé kuličky v okamžiku průchodu tyčky svislou polohou.

c) Určete kinetickou energii E_k soustavy v okamžiku průchodu tyčky svislou polohou.

d) Určete velikost F celkové síly, kterou je namáhána osa otáčení v okamžiku průchodu tyčky svislou polohou.



Obr. 1

6. Praktická úloha: Kmity zavěšené desky

Každé těleso, které zavěsíme v bodě mimo těžiště a vychýlíme z rovnovážné polohy, začne po uvolnění kmitat – vznikne tzv. fyzické kyvadlo. Pokud je výchylka kyvadla z rovnovážné polohy malá, pak doba každého kmitu, neboli perioda, nezávisí na výchylce. To znamená, že u každého kyvadla naměříme periodu stejnou, ať je výchylka např. 2° nebo 4°. Naopak při velké výchylce, např. 45°, naměříme periodu poněkud větší.

Jako fyzické kyvadlo použijeme desku nepravidelného tvaru z překližky, kartonu apod., která se nesmí prohýbat.

Úkoly:

1) Najděte polohu těžiště desky podepřením v jednom bodě ve vodorovné poloze. Polohu těžiště na desce vyznačte.
2) Vyvrtejte malý otvor mimo těžiště a desku v tomto otvoru zavěste na vodorovnou tenkou tyčku. Orientačně ověřte, že perioda malých kmitů (s úhlovou výchylkou např. do 10°) téměř na této úhlové výchylce nezávisí a že perioda s velkou úhlovou výchylkou (např. kolem 45°) je nepatrně větší.
3) Vyvrtejte šest malých otvorů ve stejné vzdálenosti r od těžiště v různých směrech od těžiště. Postupně desku v těchto otvorech zavěšujte, měřte čas několika malých kmitů desky a vypočtěte periodu T kmitů. Ze získaných výsledků udělejte závěr.

Číslo měření	1	2	3	4	5	6
r/cm						
T/s						

4) Vyvrtejte dvanáct dalších malých otvorů v různých vzdálenostech od těžiště, od malé až k maximální možné. Změřte stejně jako v úloze c) dobu několika malých kmitů, jejich počet volte s ohledem na tlumení. Pro každou vzdálenost proveďte tři měření. Výsledky měření zapište do tabulky (r je vzdálenost, N počet kmitů, t doba N kmitů a T průměrná perioda):

Číslo měření	$\frac{r}{\text{cm}}$	N	$\frac{t_1}{\text{s}}$	$\frac{t_2}{\text{s}}$	$\frac{t_3}{\text{s}}$	$\frac{T = \frac{\bar{t}}{N}}{\text{s}}$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

5) V programu MS Excel sestrojte graf závislosti periody T kmitů na vzdálenosti r osy od těžiště a zformulujte závěr. Do buněk zapište naměřené údaje a v posledním sloupci výpočet periody pomocí vzorce. Kurzorem označte dvojici sloupců s daty a vložte *Graf*, typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů). Zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolte *Přidat spojnici trendu*, typ trendu *polynomický*, stupeň 6. Tím se zobrazí plynulá křivka, která proloží zobrazené body v grafu.

7. Nakloněná rovina s vozíkem a závažím

Ve vrcholu nakloněné roviny se sklonem $\alpha = 50°$ je umístěna kladka zanedbatelné hmotnosti. Přes kladku vedeme lanko zanedbatelné hmotnosti, které jedním koncem spojíme s vozíkem o dané hmotnosti m_1 a na jeho opačný konec můžeme zavěšovat závaží o libovolné hmotnosti m. Lanko mezi vozíkem a kladkou je rovnoběžné s nakloněnou rovinou. Vozík může zaujímat dvě polohy: V poloze na kolečkách je hmotnost koleček a valivý odpor zanedbatelný. V převrácené poloze je součinitel smykového tření mezi nakloněnou rovinou a vozíkem $f = 0{,}20$.

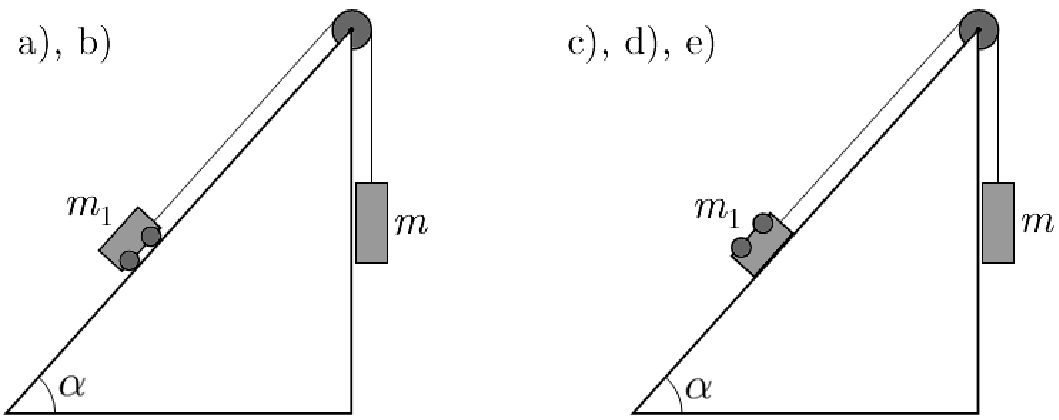
a) Určete v poloze vozíku na kolečkách hmotnost m závaží tak, aby soustavy byla v rovnováze.

b) Určete velikost a_1 zrychlení vozíku na kolečkách a velikost T_1 síly napínající lanko v případě hmotnosti závaží $m = m_1$.

c) Vozík převrátíme. Určete podmínku, kterou musí splňovat hmotnost m závaží, aby se soustava neuvedla do pohybu.

d) Určete velikost zrychlení a_2 vozíku a velikost T_2 tahové síly napínající lanko v případě hmotnosti závaží $m = 2m_1$.

e) Určete velikost zrychlení a_3 vozíku a velikost T_3 tahové síly napínající lanko v případě hmotnosti závaží $m = \dfrac{m_1}{2}$.



Obr. 2