# Řešení úloh školního kola 65. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2023/2024

*Kategorie E a F*

**FO65EF1-1: Praha–Košice** *J. Thomas*

a) Rychlosti vlaků na celé trati jsou

$$v_{\mathrm{PK}} = \frac{703\,\mathrm{km}}{16\,\mathrm{h} + \frac{19}{60}\,\mathrm{h} - \left(7\,\mathrm{h} + \frac{38}{60}\,\mathrm{h}\right)} \doteq \frac{703\,\mathrm{km}}{8{,}683\,3\,\mathrm{h}} \doteq 80{,}960\,\mathrm{km/h} \doteq 81\,\mathrm{km/h},$$

$$v_{\mathrm{KP}} = \frac{703\,\mathrm{km}}{16\,\mathrm{h} + \frac{8}{60}\,\mathrm{h} - \left(7\,\mathrm{h} + \frac{53}{60}\,\mathrm{h}\right)} = \frac{703\,\mathrm{km}}{8{,}25\,\mathrm{h}} \doteq 85{,}212\,\mathrm{km/h} \doteq 85\,\mathrm{km/h}.$$

**2 body**

Rychlosti vlaků v české části trati vycházejí

$$v_{\mathrm{PT}} = \frac{401\,\mathrm{km}}{12\,\mathrm{h} + \frac{1}{60}\,\mathrm{h} - \left(7\,\mathrm{h} + \frac{38}{60}\,\mathrm{h}\right)} \doteq \frac{401\,\mathrm{km}}{4{,}383\,3\,\mathrm{h}} \doteq 91{,}483\,\mathrm{km/h} \doteq 91\,\mathrm{km/h},$$

$$v_{\mathrm{TP}} = \frac{401\,\mathrm{km}}{16\,\mathrm{h} + \frac{8}{60}\,\mathrm{h} - \left(11\,\mathrm{h} + \frac{53}{60}\,\mathrm{h}\right)} \doteq \frac{401\,\mathrm{km}}{4{,}23\,\mathrm{h}} \doteq 94{,}353\,\mathrm{km/h} \doteq 94\,\mathrm{km/h}.$$

**2 body**

Pro rychlost vlaků ve slovenské části trati dostáváme

$$v_{\mathrm{TK}} = \frac{703\,\mathrm{km} - 401\,\mathrm{km}}{16\,\mathrm{h} + \frac{19}{60}\,\mathrm{h} - \left(12\,\mathrm{h} + \frac{2}{60}\,\mathrm{h}\right)} = \frac{302\,\mathrm{km}}{4{,}283\,3\,\mathrm{h}} \doteq 70{,}506\,\mathrm{km/h} \doteq 71\,\mathrm{km/h},$$

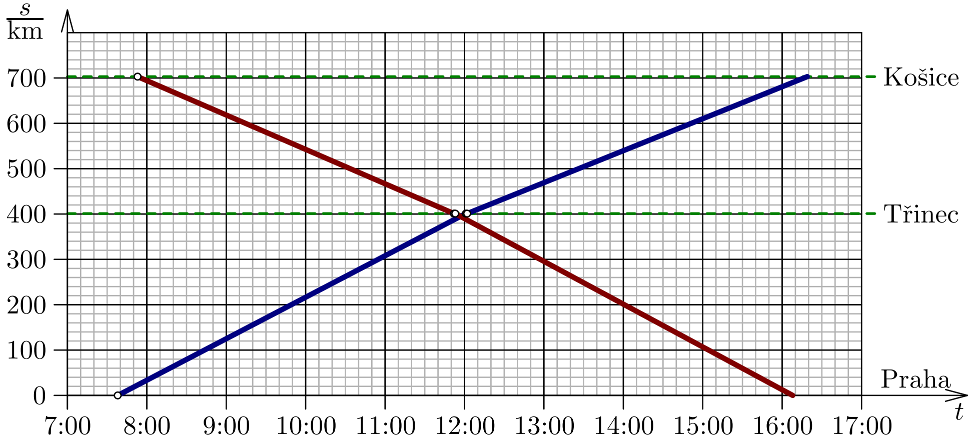
$$v_{\mathrm{KT}} = \frac{703\,\mathrm{km} - 401\,\mathrm{km}}{11\,\mathrm{h} + \frac{52}{60}\,\mathrm{h} - \left(7\,\mathrm{h} + \frac{53}{60}\,\mathrm{h}\right)} \doteq \frac{302\,\mathrm{km}}{3{,}983\,3\,\mathrm{h}} \doteq 75{,}816\,\mathrm{km/h} \doteq 76\,\mathrm{km/h}.$$

**2 body**

b) Z grafu na obr. 1 vyplývá, že se vlaky míjejí mezi 11:53 h a 12:02 h (přibližně v 11:57 h) ve vzdálenosti necelých 400 km od Prahy na české části trati, tj. nedaleko Třince (mezi Českým Těšínem a Třincem, jak lze zjistit podle jízdního řádu). **4 body**

*Poznámka:* Výsledek lze ověřit výpočtem. Využijeme například údaje vypočtené pro českou část trati. Vlak z Košic do Prahy RJ 1012 vyjíždí z Třince v 11:53 h rychlostí $v_{\mathrm{TP}} \doteq 94{,}353\,\mathrm{km/h}$. Protisměr z Prahy RJ 1003 se v té době pohybuje už po dobu $t_1 = 11{:}53\,\mathrm{h} - 7{:}38\,\mathrm{h} = 4{:}15\,\mathrm{h} \doteq 4{,}25\,\mathrm{h}$ rychlostí $v_{\mathrm{PT}} \doteq 91{,}483\,\mathrm{km/h}$, a je tedy ve vzdálenosti $v_{\mathrm{PT}} t_1 = 91{,}483\,\mathrm{km/h} \cdot 4{,}25\,\mathrm{h} \doteq 388{,}80\,\mathrm{km}$ od Prahy. Vlaky proti sobě musí ujet vzdálenost $s = 401\,\mathrm{km} - 388{,}80\,\mathrm{km} \doteq 12{,}20\,\mathrm{km}$. Bude jim to trvat dobu

$$t = \frac{s}{v_{\mathrm{PT}} + v_{\mathrm{TP}}} = \frac{12{,}20\,\mathrm{km}}{91{,}483\,\mathrm{km/h} + 94{,}353\,\mathrm{km/h}} \doteq 0{,}065\,649\,\mathrm{h} \doteq 3{,}9\,\mathrm{min}.$$




Obr. 1: K úloze FO65EF1-1

Potkají se tedy v čase asi 11:56 h ve vzdálenosti

$$401\,\mathrm{km} - v_{\mathrm{TP}}t = 401\,\mathrm{km} - 94{,}353\,\mathrm{km/h} \cdot 0{,}065\,649\,\mathrm{h} \doteq 394{,}81\,\mathrm{km} \doteq 395\,\mathrm{km}$$

od Prahy.

Jak lze zjistit v jízdním řádu, nádraží Český Těšín je ve vzdálenosti 393 km od Prahy, vlaky by se měly potkat poblíž Českého Těšína. Výsledek je ale pouze orientační, protože průměrné rychlosti v daném úseku se liší od průměrů na české části trati (RJ 1003 vyjíždí z Těšína v 11:55 a potřebuje na 8 km do Třince čas 6 min, RJ 1012 do něj přijíždí ve 12:00 a potřebuje 7 min; průměrné rychlosti v daném úseku vycházejí 80 km/h a asi 69 km/h).

**FO65EF1-2: Zajíc a rys** *J. Thomas*

a) Za čas $t = 5\,\mathrm{s}$ uběhne rys rychlostí $v_{\mathrm{r}} = 63\,\mathrm{km/h} = 17{,}5\,\mathrm{m/s}$ vzdálenost

$$s_{\mathrm{r}} = v_{\mathrm{r}}t = 17{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 5{,}0\,\mathrm{s} = 87{,}5\,\mathrm{m} \doteq 88\,\mathrm{m}.$$

Zajíc musí za stejnou dobu uběhnout o $l = 30\,\mathrm{m}$ méně. Musel by tedy běžet rychlostí

$$v_{\mathrm{z}} = \frac{s_{\mathrm{r}} - l}{t} = \frac{87{,}5\,\mathrm{m} - 30\,\mathrm{m}}{5{,}0\,\mathrm{m}} = 11{,}5\,\mathrm{m/s} \doteq 12\,\mathrm{m/s}. \qquad (\doteq 41\,\mathrm{km/h}).$$ **5 bodů**

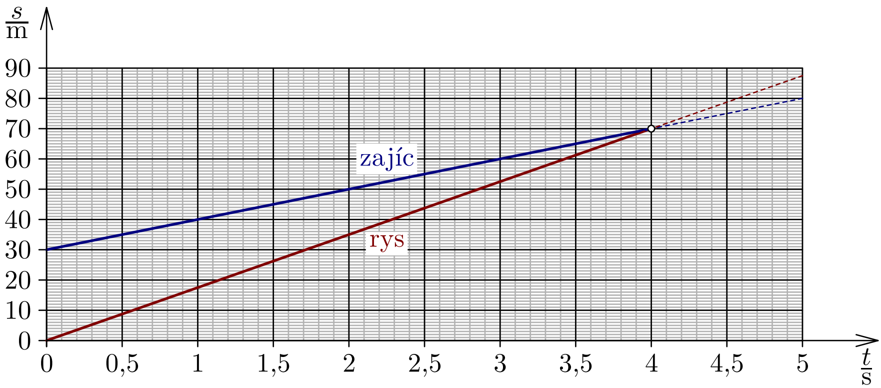
b) Zajícova rychlost $v = 10\,\mathrm{m/s} \leqq v_{\mathrm{z}}$, na uniknutí před rysem nestačí. Označme $s_{\mathrm{z}}$ vzdálenost, kterou uběhne zajíc, než ho rys dostihne, a $t_1$ čas, ve kterém se tak stane. Ten je pro rysa i zajíce stejný, platí tedy

$$s_{\mathrm{z}} = vt_1 \qquad \text{(pro zajíce)},$$

$$s_{\mathrm{z}} + l = v_{\mathrm{r}}t_1 \qquad \text{(pro rysa)}.$$

Porovnáním (odečtením) vztahů získáme

$$t_1 = \frac{l}{v_{\mathrm{r}} - v} = \frac{30\,\mathrm{m}}{17{,}5\,\mathrm{m/s} - 10\,\mathrm{m/s}} = 4{,}0\,\mathrm{s}.$$




Obr. 2: K úloze FO65EF1-2

Dosazením do vztahu pro dráhu uraženou rysem dostaneme

$$s = v_\mathrm{r} t_1 = 17{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 4\,\mathrm{s} = 70\,\mathrm{m}.$$

Rys dohoní zajíce za 4 s, musí přitom uběhnout vzdálenost 70 m. **5 bodů**

*Poznámka:* Úlohu b) lze řešit i graficky, viz obr. 2.

**FO65EF1-3: Indiana Jones a zlatá lebka** *J. Thomas*

a) Hmotnost váčku s pískem při objemu písku $V_\mathrm{p} = 5{,}9\,\mathrm{litru} = 5\,900\,\mathrm{cm}^3$ je
$m = m_\mathrm{v} + \varrho V_\mathrm{p} = 470\,\mathrm{g} + 5\,900\,\mathrm{cm}^3 \cdot 1{,}22\,\mathrm{g/cm}^3 = 7\,668\,\mathrm{g} \doteq 7{,}7\,\mathrm{kg} > m_\mathrm{L} = 7{,}3\,\mathrm{kg}$.
Obsah váčku je tedy dostatečný. **2 body**

b) Z podmínky rovnováhy na páce plyne

$$m_\mathrm{L} x = m_\mathrm{Z}\,(l - x)\,,$$

odkud vyjádříme

$$x = l\frac{m_{,Z}}{m_\mathrm{Z} + m_\mathrm{L}} = 2\,\mathrm{m} \cdot \frac{2{,}7\,\mathrm{kg}}{2{,}7\,\mathrm{kg} + 7{,}3\,\mathrm{kg}} = 0{,}54\,\mathrm{m}.$$

Páka je podepřená ve vzdálenosti $x = 54\,\mathrm{cm}$ od levého konce. **3 body**

c) Čas na uhnutí otrávenému šípu, který se pohybuje rychlostí $v = 72\,\mathrm{km/h} = 20\,\mathrm{m/s}$, je

$$t = \frac{s}{v} = \frac{5{,}0\,\mathrm{m}}{20\,\mathrm{m/s}} = 0{,}25\,\mathrm{s},$$

tj. jen 250 ms (čtvrtina sekundy). **2 body**
*Poznámka:* Vypočtená hodnota odpovídá přibližně reakční době člověka na zrakové a sluchové podněty (`https://ebozp.vubp.cz/wiki/index.php?title=Reak%C4%8Dn%C3%AD_%C4%8Das`), u řidičů se uvádí dokonce 1 s – 2 s, ale to je spojeno nejen s reakcí těla, ale i s ovládáním volantu nebo pedálů.

d) Každou rourou proteče za sekundu určitý objem vody, jež odpovídá objemu válce s podstavou $S = 2{,}5\,\mathrm{dm}^2 = 0{,}025\,\mathrm{m}^2$ a výškou $v_\mathrm{v} = vt = 3{,}0\,\mathrm{m/s} \cdot 1{,}0\,\mathrm{s}$, celkem každou sekundu všemi 4 rourami přiteče objem

$$V_1 = 4Svt = 4 \cdot 0{,}025\,\mathrm{m}^2 \cdot 3{,}0\,\mathrm{m/s} \cdot 1{,}0\,\mathrm{s} = 0{,}30\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}.$$

Objem jeskyně $V_\mathrm{j} = 35\,\mathrm{m}^3$ se zaplní za čas

$$t_1 = \frac{V_\mathrm{j}}{V_1} = \frac{35\,\mathrm{m}^3}{0{,}30\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}} \doteq 116{,}67\,\mathrm{s} \doteq 120\,\mathrm{s} = 2{,}0\,\mathrm{min}.$$ **3 body**

## FO65EF1-4: Na skautském táboře

*J. Thomas*

a) Objem voru vychází

$$V = na^2l = 10 \cdot (0{,}20\,\mathrm{m})^2 \cdot 2{,}0\,\mathrm{m} = 0{,}80\,\mathrm{m}^3$$

a hmotnost voru pak

$$m = \varrho_\mathrm{d} V = 670\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 0{,}80\,\mathrm{m}^3 = 536\,\mathrm{kg} \doteq 0{,}54\,\mathrm{t}.$$ **4 body**

b) Porovnáním tíhové a vztlakové síly $mg = Sh\varrho g = 10alh\varrho g$ dostáváme

$$h = \frac{m}{10al\varrho} = \frac{536\,\mathrm{kg}}{10 \cdot 0{,}20\,\mathrm{m} \cdot 2{,}0\,\mathrm{m} \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3} = 0{,}134\,\mathrm{m} \doteq 13\,\mathrm{cm}.$$ **3 body**

c) Maximální velikost vztlakové síly bude

$$F_\mathrm{vz} = V\varrho g = 0{,}80\,\mathrm{m}^3 \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 7\,840\,\mathrm{N},$$

což odpovídá celkové hmotnosti

$$m_2 = \frac{F_\mathrm{vz}}{g} = V\varrho = 0{,}80\,\mathrm{m}^3 \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 = 800\,\mathrm{kg}.$$

Na „náklad“ zbývá $m_2 - m = 800\,\mathrm{kg} - 536\,\mathrm{kg} = 264\,\mathrm{kg}$. Vor tedy uveze nejvýše

$$\frac{m_2 - m}{m_1} = \frac{264\,\mathrm{kg}}{50\,\mathrm{kg}} = 5{,}28 \doteq 5\,\text{skautů}.$$ **3 body**

## FO65EF1-5: Vodní elektrárna

*I. Volf*

a) V tabulkách nebo na internetu (např. `http://www.converter.cz/prevody/delka.htm`) zjistíme, že $1\,\mathrm{ft} = 0{,}304\,8\,\mathrm{m}$, příslušné údaje jsou potom: výška hráze $h = 710\,\mathrm{ft} \doteq 216{,}41\,\mathrm{m} \doteq 220\,\mathrm{m}$ a objemový průtok $Q = 200\,000\,\mathrm{ft}^3/\mathrm{s} = 200\,000 \cdot (0{,}304\,8\,\mathrm{m})^3 \doteq 5\,663{,}4\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s} \doteq 5\,700\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$. **3 body**

b) Instalovaný výkon je

$$P = 8 \cdot 165\,\mathrm{MW} = 1\,320\,\mathrm{MW} \doteq 1\,300\,\mathrm{MW}.$$ **1 bod**

c) Počet hodin za jeden nepřestupný kalendářní rok je $365 \cdot 24\,\mathrm{h} = 8\,760\,\mathrm{h}$. Z celkové vyrobené energie a instalovaného výkonu vychází doba plného provozu

$$t = \frac{4\,717\,000\,000\,\mathrm{kWh}}{1\,320\,\mathrm{MW}} = \frac{4\,717\,000\,\mathrm{MWh}}{1\,320\,\mathrm{MW}} \doteq 3\,573{,}5\,\mathrm{h};$$

pro součinitel využití tak dostáváme $3\,573{,}5/8760 \doteq 0{,}407\,9 \doteq 41\,\%$. Činnost vodní elektrárny je závislá na řadě faktorů (sucho), je nutné vyhradit i čas na nutnou údržbu. **3 body**

d) Díky poklesu stavu vody se snížil využitelný výkon na

$$P_1 = 59\,\% P = 0{,}59 \cdot 1\,320\,\mathrm{MW} = 778{,}80\,\mathrm{MW} \doteq 780\,\mathrm{MW}.$$ **1 bod**

e) Pro hydrostatický tlak u dna hráze vychází

$$p = h\varrho g = 216{,}41\,\mathrm{m} \cdot 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} \doteq 2\,120\,800\,\mathrm{Pa} = 2{,}1\,\mathrm{MPa}.$$ **2 body**

**FO65EF1-6: Stavební panely** *I. Volf*

a) Práce na vyzvednutí panelu je rovna změně jeho polohové energie $W = mgh = 2\,400\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} \cdot 27{,}60\,\mathrm{m} = 649\,152\,\mathrm{J} \doteq 650\,\mathrm{kJ}$. **2 body**

b) Výkon je dán podílem práce a času

$$P = \frac{W}{t} = \frac{649\,152\,\mathrm{J}}{72\,\mathrm{s}} = 9\,016\,\mathrm{W} \doteq 9{,}0\,\mathrm{kW}.$$ **2 body**

c) Při účinnosti $\eta = 60\,\%$ musí být výkon elektromotoru $P_0 = P/\eta = 9\,016\,\mathrm{W}/0{,}6 \doteq 15\,027\,\mathrm{W} \doteq 15\,\mathrm{kW}$. **2 body**

d) Na délku jedné strany stropu 15 m se vejde $n_1 = 5$ stran panelu s délkou 300 cm = 3 m, na délku druhé strany stropu 24 m se vejde $n_2 = 10$ stran panelů s délkou 240 cm = 2,4 m. Na zakrytí stropu potřebujeme $n_1 n_2 = 5 \cdot 10 = 50$ celých panelů. Jeřáb musí vykonat práci

$$50W = 50 \cdot 649\,152\,\mathrm{J} = 32\,457\,600\,\mathrm{J} \doteq 32{,}5\,\mathrm{MJ}.$$ **2 body**

e) 1 kWh = 3,6 MJ, elektromotor musí vykonat práci

$$\frac{50W}{\eta} = \frac{32\,457\,600\,\mathrm{J}}{0{,}6} = 54\,096\,000\,\mathrm{J} = 54{,}096\,\mathrm{MJ} = \frac{54{,}096}{3{,}6}\,\mathrm{kWh} \doteq 15{,}027\,\mathrm{kWh} \doteq 15\,\mathrm{kWh}.$$

**2 body**

**FO65EF1-7: Big Ben** *I. Volf*

Převedeme délky na jednotky SI, 1 ft = 0,304 8 m. Potom délka minutové ručičky $r_\mathrm{m} = 14 \cdot 0{,}304\,8\,\mathrm{m} = 4{,}267\,2\,\mathrm{m} \doteq 4{,}3\,\mathrm{m}$ a hodinové ručičky $r_\mathrm{h} = 9 \cdot 0{,}304\,8\,\mathrm{m} = 2{,}743\,2\,\mathrm{m} \doteq 2{,}7\,\mathrm{m}$.

a) Konec minutové ručičky oběhne vzdálenost $2\pi r_\mathrm{m}$ za 1 h = 3 600 s, konec hodinové ručičky vzdálenost $2\pi r_\mathrm{h}$ za 12 h = 43 200 s. Pro rychlost koncových bodů vychází

$$v_\mathrm{m} = \frac{2\pi \cdot 4{,}267\,2\,\mathrm{m}}{3\,600\,\mathrm{s}} \doteq 0{,}007\,447\,7\,\mathrm{m/s} = 7{,}4\,\mathrm{mm/s},$$

$$v_\mathrm{h} = \frac{2\pi \cdot 2{,}743\,2\,\mathrm{m}}{43\,200\,\mathrm{s}} \doteq 0{,}000\,398\,98\,\mathrm{m/s} = 0{,}40\,\mathrm{mm/s}.$$

**4 body**

*Poznámka:* Rychlost lze samozřejmě vyjádřit i v jiných vhodných jednotkách, např.

$$v_\mathrm{m} = \frac{2\pi \cdot 426{,}72\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{h}} \doteq 2\,681{,}2\,\mathrm{cm/h} = 2\,700\,\mathrm{cm/h},$$

$$v_\mathrm{h} = \frac{2\pi \cdot 274{,}32\,\mathrm{cm}}{12\,\mathrm{h}} \doteq 143{,}63\,\mathrm{cm/h} = 140\,\mathrm{cm/h}.$$

b) Výška věže v metrech vychází $h = 316 \cdot 0{,}304\,8\,\mathrm{m} = 96{,}317\,\mathrm{m}$. Obraz věže na fotografii měří 15 cm = 0,15 m, ve stejném poměru budou i délky obrazu ručiček;

pro minutovou a hodinovou ručičku postupně vychází

$$l_{\mathrm{m}} = \frac{0{,}15\,\mathrm{m}}{96{,}317\,\mathrm{m}} r_{\mathrm{m}} = \frac{0{,}15\,\mathrm{m}}{96{,}317\,\mathrm{m}} \cdot 4{,}267\,2\,\mathrm{m} \doteq 0{,}006\,645\,6\,\mathrm{m} \doteq 6{,}6\,\mathrm{mm},$$

$$l_{\mathrm{h}} = \frac{0{,}15\,\mathrm{m}}{96{,}317\,\mathrm{m}} r_{\mathrm{h}} = \frac{0{,}15\,\mathrm{m}}{96{,}317\,\mathrm{m}} \cdot 2{,}743\,2\,\mathrm{m} \doteq 0{,}004\,272\,1\,\mathrm{m} \doteq 4{,}3\,\mathrm{mm}.$$

**3 body**

c) Minutová ručička urazí za 1 h = 60 min jednu otočku o 360°, za 1 min se otočí o 360°/60 = 6°/min, hodinová 12× méně, tj. 30°/h neboli 0,5°/min. Za minutu předběhne minutová ručička hodinovou o 6° − 0,5° = 5,5°, o celou otočku za dobu

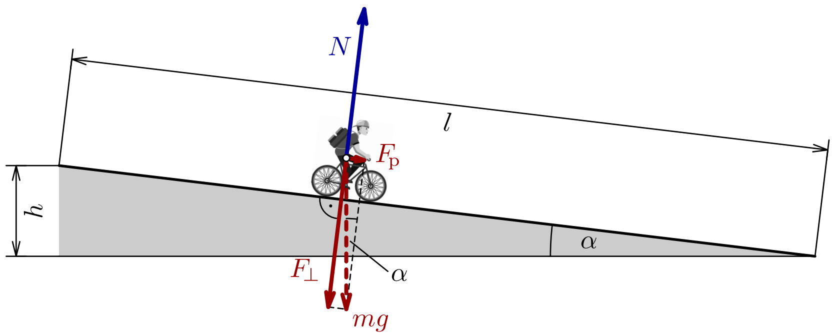
$$t = \frac{360°}{5{,}5°/\mathrm{min}} \doteq 65{,}455\,\mathrm{min} \doteq 1\,\mathrm{h}\,5{,}5\,\mathrm{min}.$$

Výsledek platí pro všechny ručičkové hodiny podobné konstrukce. **3 body**

**FO65EF1-8: Cyklista jede z kopce** *I. Volf*

a) Obrázek nakloněné roviny s vyznačením sil je na obr. 3. Tíhová síla o velikosti $mg$ se rozloží na dvě složky – jednu podél nakloněné roviny $F_{\mathrm{p}}$ a druhou $F_{\perp}$ kolmou k nakloněné rovině. Složka kolmá k nakloněné rovině pak určuje velikost síly, kterou cyklista působí na podložku (ta není v obrázku zakreslena, působí na podložku, ne na cyklistu). Kromě toho na cyklistu kolmo k povrchu působí reakce silnice $N$ stejně velká jako složka tíhové síly kolmá k nakloněné rovině, ale opačného směru. **2 body**

*Poznámka:* Za správnou lze považovat i odpověď, že na cyklistu působí tíhová síla svisle dolů a reakce silnice kolmo k povrchu; jejich výslednicí je pak síla $F_{\mathrm{p}}$, která směřuje podél nakloněné roviny a urychluje cyklistu směrem z kopce dolů.




Obr. 3: K úloze FO65EF1-8

b) Z obr. 3 vidíme, že díky podobnosti trojúhelníků je poměr $p = h/l$ stejný jako poměr $F_{\mathrm{p}}/(mg) = p$. Síla způsobující pohyb

$$F_{\mathrm{p}} = mgp = 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} \cdot 0{,}12 = 88{,}2\,\mathrm{N} \doteq 88\,\mathrm{N}.$$ **2 body**

c) Při rychlosti $v_1 = 5{,}0\,\mathrm{m/s}$ je výsledná síla podél nakloněné roviny

$$F_1 = pmg - kv_1^2 = 0{,}12 \cdot 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} - 0{,}30\,\frac{\mathrm{N}}{(\mathrm{m/s})^2} \cdot (5{,}0\,\mathrm{m/s})^2 = 80{,}7\,\mathrm{N} \doteq 81\,\mathrm{N},$$

při rychlosti $v_2 = 15{,}0\,\mathrm{m/s}$ pak

$$F_2 = pmg - kv_2^2 = 0{,}12 \cdot 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} - 0{,}30\,\frac{\mathrm{N}}{(\mathrm{m/s})^2} \cdot (15\,\mathrm{m/s})^2 = 20{,}7\,\mathrm{N} \doteq 21\,\mathrm{N}.$$

**2 body**

d) Při největší možné rychlosti jízdy z kopce je výsledná síla působící na cyklistu ve směru nakloněné roviny nulová

$$F_\mathrm{p} - F_\mathrm{o} = pmg - kv^2 = 0.$$

Odtud získáme

$$v = \sqrt{\frac{pmg}{k}} = \sqrt{\frac{0{,}12 \cdot 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg}}{0{,}30\,\mathrm{N/(m/s)^2}}} \doteq 17{,}146\,\mathrm{m/s} \doteq 17\,\mathrm{m/s} \doteq 62\,\mathrm{km/h}.$$

**4 body**

**FO65EF1-9: Voda z ledovce** *Ľ. Konrád (FO SR)*

a) Hmotnost ledového bloku vychází

$$m = \varrho_\mathrm{L} abc = 910\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 100\,\mathrm{m} \cdot 250\,\mathrm{m} \cdot 50\,\mathrm{m} = 1\,137\,500\,000\,\mathrm{kg},$$

tj. přibližně 1 100 000 tun. **2 body**

b) Objem ledovce je $V_\mathrm{L} = abc$. Označíme objem ponořené části $V_\mathrm{p} = V_\mathrm{L} - V_0$. Podle Archimédova zákona je vztlaková síla $F = \varrho_\mathrm{M} V_\mathrm{p} g$ rovna tíhové síle ledovce $F_\mathrm{L} = mg = \varrho_\mathrm{L} V_\mathrm{L} g$. Z rovnosti sil

$$\varrho_\mathrm{L} V_\mathrm{L} g = \varrho_\mathrm{M} V_\mathrm{p} g$$

postupně vyjádříme

$$V_\mathrm{p} = \frac{\varrho_\mathrm{L}}{\varrho_\mathrm{M}} V_\mathrm{L} = \frac{910\,\mathrm{kg/m^3}}{1\,025\,\mathrm{kg/m^3}} V_\mathrm{L} \doteq 0{,}887\,80 V_\mathrm{L}.$$

Pro objem

$$V_\mathrm{L} = abc = 100\,\mathrm{m} \cdot 250\,\mathrm{m} \cdot 50\,\mathrm{m} = 1\,250\,000\,\mathrm{m^3}$$

pak dostáváme

$$V_0 = V_\mathrm{L} - V_\mathrm{p} = V_\mathrm{L} - 0{,}887\,80 V_\mathrm{L} = 0{,}112\,20 V_\mathrm{L} \doteq 140\,240\,\mathrm{m^3} \doteq 140\,000\,\mathrm{m^3}.$$

**2 body**

c) Polární ledovce vznikají především táním a opětovným zmrznutím sněhu, případně zmrznutím dešťových srážek; jejich táním proto vzniká sladká voda. Pro objem získané vody dostáváme

$$V = \frac{m}{\varrho} = \frac{1\,137\,500\,000\,\mathrm{kg}}{1\,000\,\mathrm{kg/m^3}} = 1\,137\,500\,\mathrm{m^3} \doteq 1\,100\,000\,\mathrm{m^3}.$$

**1 bod**

d) Celková energie dopadajícího záření za jednu sekundu

$$E = E_1 S = E_1 ab = 1{,}37\,\mathrm{kJ/m^2} \cdot 100\,\mathrm{m} \cdot 250\,\mathrm{m} = 34\,250\,\mathrm{kJ} \doteq 34\,\mathrm{MJ}.$$

**2 body**

e) Teplo $Q$ potřebné na roztání ledu na vodu s objemem $V_1$, tj. ledu o hmotnosti $m_1 = \varrho V_1$ je $Q = m_1 l_\mathrm{L}$. Za jednu sekundu se využije energie slunečního záření $Q = 0{,}3E$; platí proto

$$\varrho V_1 l_\mathrm{L} = 0{,}3E,$$

odkud vychází objem získané vody za sekundu

$$V_1 = \frac{0{,}3E}{\varrho l_\mathrm{L}} = \frac{0{,}3 \cdot 34\,250\,000\,\mathrm{J}}{1\,000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 334\,000\,\mathrm{J/kg}} \doteq 0{,}030\,763\,\mathrm{m^3} \doteq 31\,\mathrm{l}.$$ **2 body**

f) Přeprava velkých ledových bloků (půdorys odpovídá velikosti 5 fotbalových hřišť o rozměrech $100\,\mathrm{m} \times 50\,\mathrm{m}$) by byla možná pouze po moři, bylo by tak možné využít pouze ledovce v blízkosti pobřeží. Část vody ledovce by se přitom vždy nutně dostala do moře. V současnosti ledovce v některých oblastech (např. Grónsko) poměrně rychle odtávají a jejich další cílený úbytek by tak ještě více ohrožoval ekosystémy v těchto oblastech. **1 bod**

**FO65EF1-10 Výkon v obvodu** *J. Thomas*

a) Ideálním voltmetrem neprochází proud (má velmi velký odpor), proud $I_2$ naměřený ampérmetrem $\mathrm{A}_2$ se tak rozdělí do větve se spotřebičem $R_1$ a do větve se spotřebičem $R_2$. Spotřebičem s odporem $R_1$ prochází proud $I = I_2 - I_1 = 1{,}2\,\mathrm{A} - 0{,}2\,\mathrm{A} = 1{,}0\,\mathrm{A}$. **1 bod**

b) Velikost odporu tohoto spotřebiče je

$$R_1 = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_2 - I_1} = \frac{12\,\mathrm{V}}{1{,}2\,\mathrm{A} - 0{,}2\,\mathrm{A}} = 12\,\Omega.$$ **2 body**

c) Odpor $R_3$ má stejnou velikost jako odpor $R_1$. Bude na něm napětí

$$U_3 = R_3 I_2 = R_1 I_2 = \frac{U}{I_2 - I_1} I_2 = \frac{12\,\mathrm{V}}{1{,}2\,\mathrm{A} - 0{,}2\,\mathrm{A}} \cdot 1{,}2\,\mathrm{A} = 14{,}4\,\mathrm{V} \doteq 14\,\mathrm{V}.$$

**2 body**

Elektromotorické napětí zdroje pak vychází

$$U_\mathrm{e} = U + U_3 = 12\,\mathrm{V} + 14{,}4\,\mathrm{V} = 26{,}4\,\mathrm{V} \doteq 26\,\mathrm{V}.$$ **2 body**

d) Pro výkony spotřebičů dostáváme

$$P_1 = UI = 12\,\mathrm{V} \cdot 1{,}0\,\mathrm{A} = 12\,\mathrm{W},$$

$$P_2 = UI_1 = 12\,\mathrm{V} \cdot 0{,}2\,\mathrm{A} = 2{,}4\,\mathrm{W},$$

$$P_3 = R_3 I_2^2 = R_1 I_2^2 = \frac{U}{I_2 - I_1} I_2^2 = \frac{12\,\mathrm{V}}{1{,}2\,\mathrm{A} - 0{,}2\,\mathrm{A}} \cdot (1{,}2\,\mathrm{A})^2 = 17{,}280\,\mathrm{W} \doteq 17\,\mathrm{W}.$$

**3 body**

*Poznámka:* V řešení jsou hledané veličiny vyjádřeny pomocí zadaných hodnot. Jako správné se hodnotí i využití již vypočtených veličin, např. v části c)

$$U_3 = R_3 I_2 = 12\,\Omega \cdot 1{,}2\,\mathrm{A} = 14{,}4\,\mathrm{V} \doteq 14\,\mathrm{V}$$

nebo v části d)

$$P_3 = U_3 I_2 = 14{,}4\,\mathrm{V} \cdot 1{,}2\,\mathrm{A} = 17{,}280\,\mathrm{W} \doteq 17\,\mathrm{W}.$$

**FO65EF1-11 (experimentální úloha):**
**Sekundové kyvadlo** *A. Teleki (FO SR)*

Podle zjednodušeného vztahu pro periodu kyvadla $T$ o délce $l$ platí

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

a

$$l = g\frac{T^2}{4\pi^2};$$

vztah pochopitelně není po řešitelích požadován. Pro $T = 2{,}0\,\mathrm{s}$ vychází $l \doteq 0{,}99\,\mathrm{m}$, hodnota velmi blízká $1{,}0\,\mathrm{m}$. I z měření bychom měli dostat hodnoty blízké $1{,}0\,\mathrm{m}$. Z hlediska definice jednotky je ale problém, že tíhové zrychlení $g$ není přesně konstantní a na různých místech Země se může lišit v rozmezí přibližně $9{,}76\,\mathrm{N/kg}$ až $9{,}83\,\mathrm{N/kg}$.